

## **Capítulo 3:**

# **Herramientas para el análisis de líneas de transmisión: Carta de Smith**

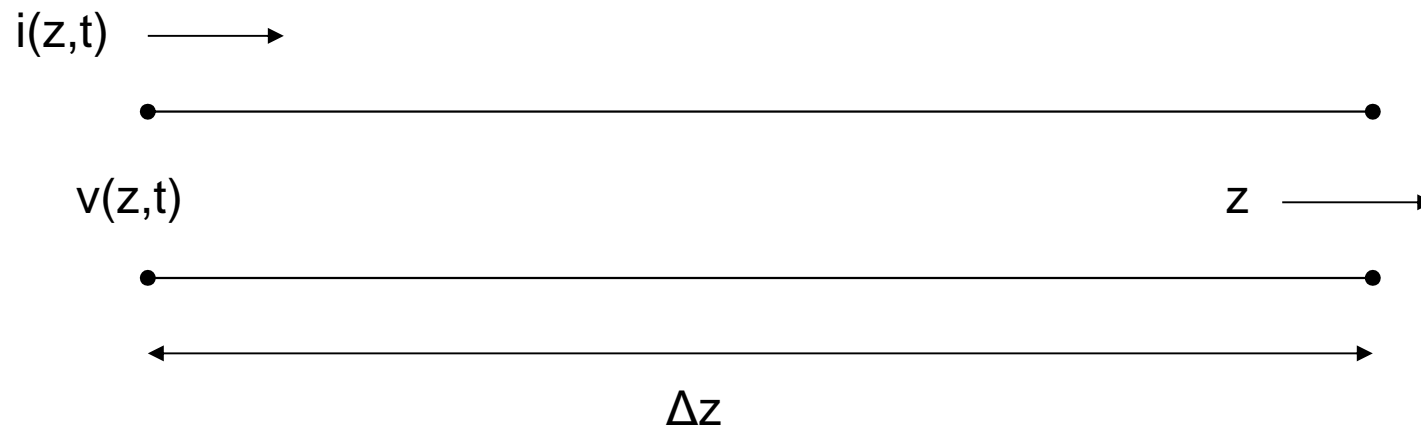
En el presente capítulo se va presentar la carta de Smith que constituye una herramienta básica en el análisis y diseño de cualquier circuito de microondas.

El fundamento de la carta de Smith es la transformación de impedancias y coeficientes de reflexión haciendo uso de una representación polar en el plano de los coeficientes de reflexión. De esta forma se obtiene una representación acotada del conjunto de todas las impedancias pasivas existentes.



# ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA

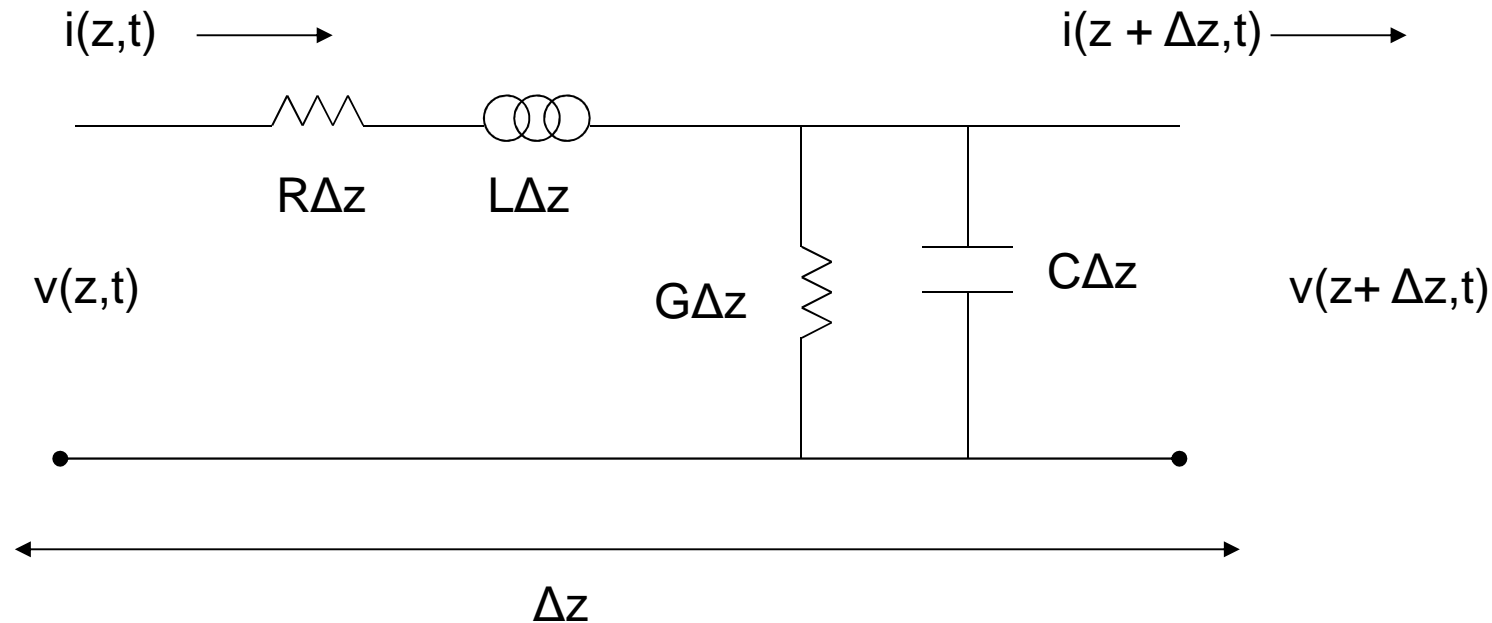
Dada una línea de transmisión:



Se puede obtener un modelo circuital equivalente de la misma...



# ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA



$R$  = resistencia en serie por unidad de longitud,  $\Omega/\text{m}$

$L$  = inductancia en serie por unidad de longitud,  $\text{H}/\text{m}$

$G$  = conductancia en paralelo por unidad de longitud,  $\text{S}/\text{m}$

$C$  = capacidad por unidad de longitud,  $\text{F}/\text{m}$

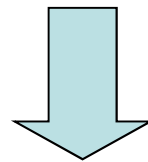


## Ecuación del telegrafista

Por las leyes de Kirchhoff:

$$v(z,t) - R\Delta z \cdot i(z,t) - L \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} - v(z + \Delta z, t) = 0$$

$$i(z,t) - G\Delta z \cdot V(z + \Delta z, t) - C\Delta z \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} - i(z + \Delta z, t) = 0$$



$\Delta z \rightarrow 0$

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -R \cdot i(z,t) - L \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -G \cdot v(z,t) - C \cdot \frac{\partial v(z,t)}{\partial t}$$

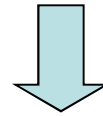
Aplicación de la T. Fourier en t



## ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA

$$\begin{aligned}\frac{dV(z)}{dz} &= -(R + j\omega L) \cdot I(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} &= -(G + j\omega C) \cdot V(z)\end{aligned}$$

Similitud con las ecuaciones de Maxwell



$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0$$

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)}$$

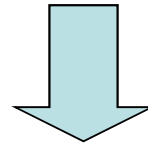
CONSTANTE DE PROPAGACIÓN



## ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA

$$V(z) = V_o^+ \cdot e^{-\gamma z} + V_o^- \cdot e^{\gamma z}$$

$$I(z) = I_o^+ \cdot e^{-\gamma z} + I_o^- \cdot e^{\gamma z}$$



$$I(z) = \frac{1}{Z_o} [V_o^+ \cdot e^{-\gamma z} - V_o^- \cdot e^{\gamma z}] = \frac{\gamma}{R + j\omega L} [V_o^+ \cdot e^{-\gamma z} - V_o^- \cdot e^{\gamma z}]$$

$$\frac{V_o^+}{I_o^+} = Z_o = -\frac{V_o^-}{I_o^-}$$

$$Z_o = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad I(z) = \frac{V_o^+ \cdot e^{-\gamma z} - V_o^- \cdot e^{\gamma z}}{Z_o}$$



## ECUACIONES DE PROPAGACIÓN EN UNA LÍNEA (dominio temporal)

$$v(z, t) = |V_o^+| \cdot \cos(\omega t - \beta z + \phi^+) \cdot e^{-\alpha z} + \\ |V_o^-| \cdot \cos(\omega t + \beta z + \phi^-) \cdot e^{\alpha z}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda \cdot f$$



## Línea sin pérdidas

$$\left. \begin{aligned} \gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{LC} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \beta &= \omega\sqrt{LC} \\ \alpha &= 0 \end{aligned} \quad Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$V(z) = V_o^+ \cdot e^{-\beta z} + V_o^- \cdot e^{\beta z}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}}$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} \cdot e^{-\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_o} \cdot e^{\beta z}$$

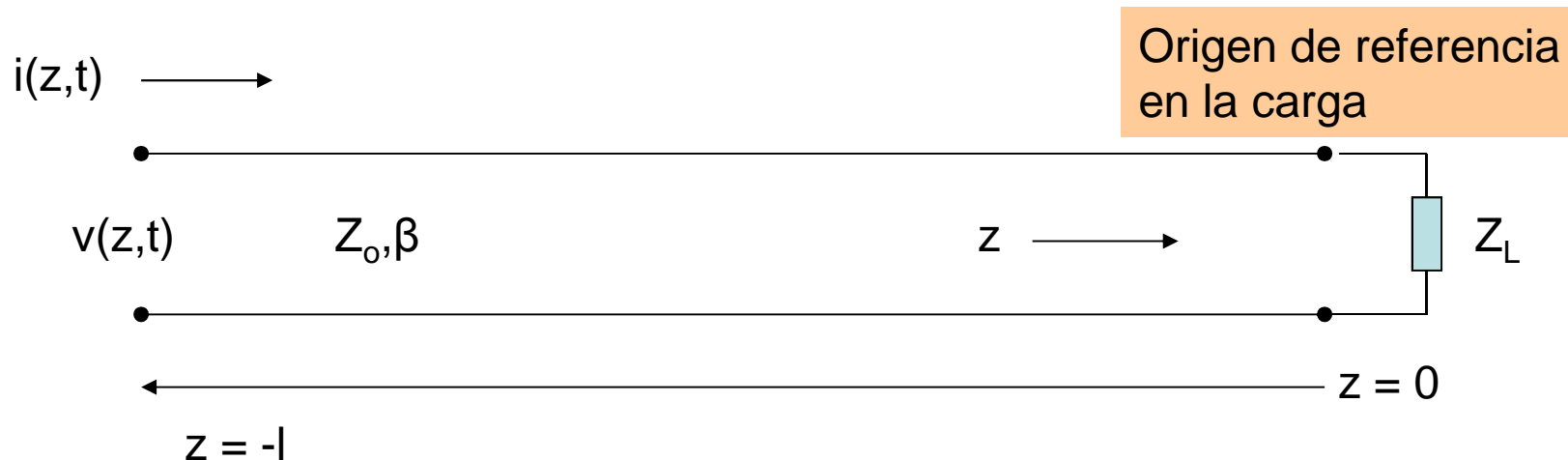
$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$





## Línea cargada

La onda regresiva aparece cuando la línea tiene una condición de cierre



$$V(z) = V_o^+ \cdot e^{-\beta z} + V_o^- \cdot e^{\beta z}$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} \cdot e^{-\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_o} \cdot e^{\beta z}$$



# Definición del coeficiente de reflexión

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V_o^+ + V_o^-}{V_o^+ - V_o^-} Z_o \quad \longrightarrow \quad V_o^- = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} V_o^+$$

$$\Gamma = \frac{V_o^-}{V_o^+} = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$$

$$V(z) = V_o^+ \left[ e^{j\beta l} + \Gamma \cdot e^{-j\beta l} \right]$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} \left[ e^{j\beta l} - \Gamma \cdot e^{-j\beta l} \right]$$



# Onda estacionaria

$$P_{av} = \frac{1}{2} \frac{|V_o^+|^2}{Z_o} (1 - |\Gamma|^2) \quad \text{Pérdidas de retorno:} \quad \boxed{RL = -20 \cdot \log(|\Gamma|)} \quad \text{dB}$$

$$\begin{aligned} |V(z)| &= |V_o^+| \cdot |1 + \Gamma \cdot e^{2j\beta z}| = |V_o^+| \cdot |1 + \Gamma \cdot e^{-2j\beta l}| = \\ &= |V_o^+| \cdot |1 + |\Gamma| \cdot e^{j(\theta - 2\beta l)}| \end{aligned}$$

$$V_{\max} = |V_o^+| \cdot (1 + |\Gamma|)$$

$$V_{\min} = |V_o^+| \cdot (1 - |\Gamma|)$$

$$\boxed{ROE = SWR = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}}$$

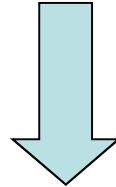
$$1 < SWR < \infty$$



# Coeficiente de reflexión en cualquier punto de la línea

$$\Gamma(l) = \frac{V_o^- \cdot e^{-j\beta l}}{V_o^+ \cdot e^{j\beta l}} = \Gamma(0) e^{-2j\beta l}$$

COEFICIENTE DE REFLEXIÓN  
EN EL RESTO DE LA LÍNEA

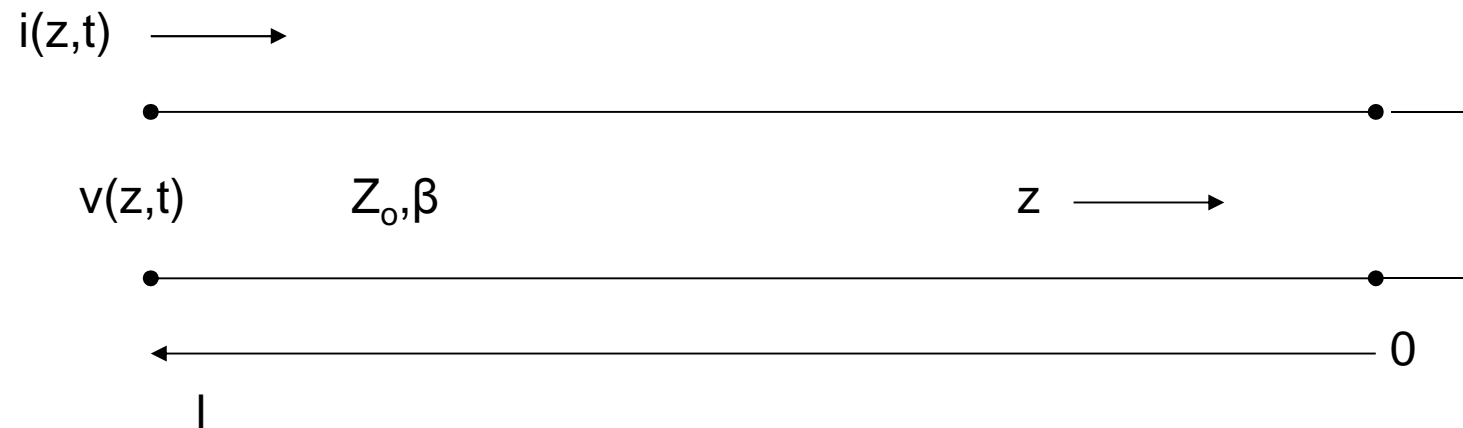


$$Z_{in} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = \frac{1 + \Gamma e^{-2j\beta l}}{1 - \Gamma e^{-2j\beta l}} Z_o = Z_o \frac{Z_L + jZ_o \tan(\beta l)}{Z_o + jZ_L \tan(\beta l)}$$

Ejemplos de casos particulares...



## Línea cortocircuitada



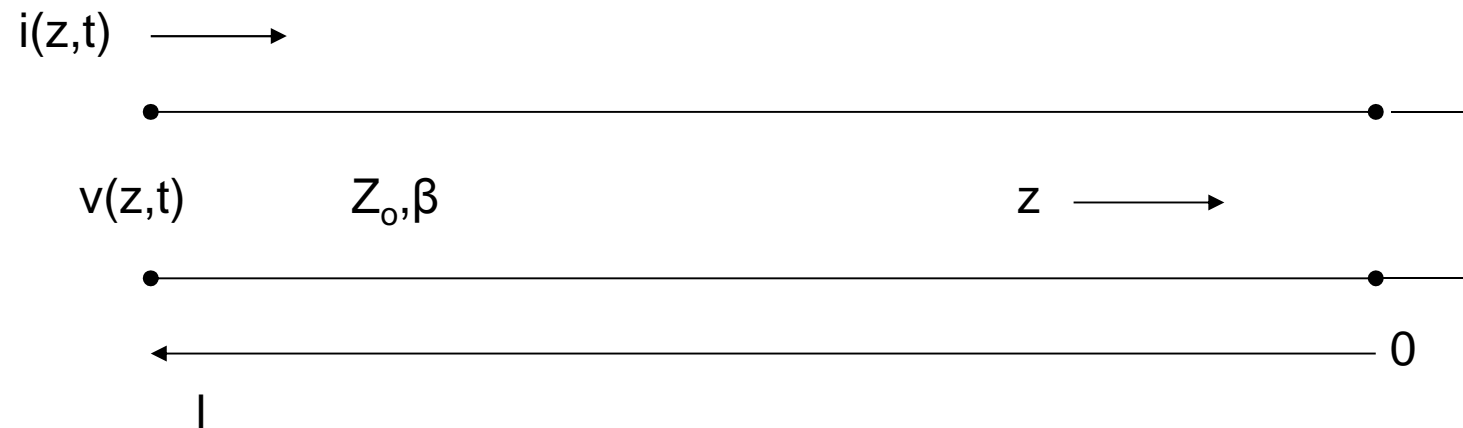
$$V(z) = V_o^+ [e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}] = -2j \cdot V_o^+ \cdot \sin(\beta z)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}] = \frac{2V_o^+}{Z_0} \cdot \cos(\beta z)$$

$$Z_{in} = jZ_o \tan(\beta l)$$



## Línea en circuito abierto



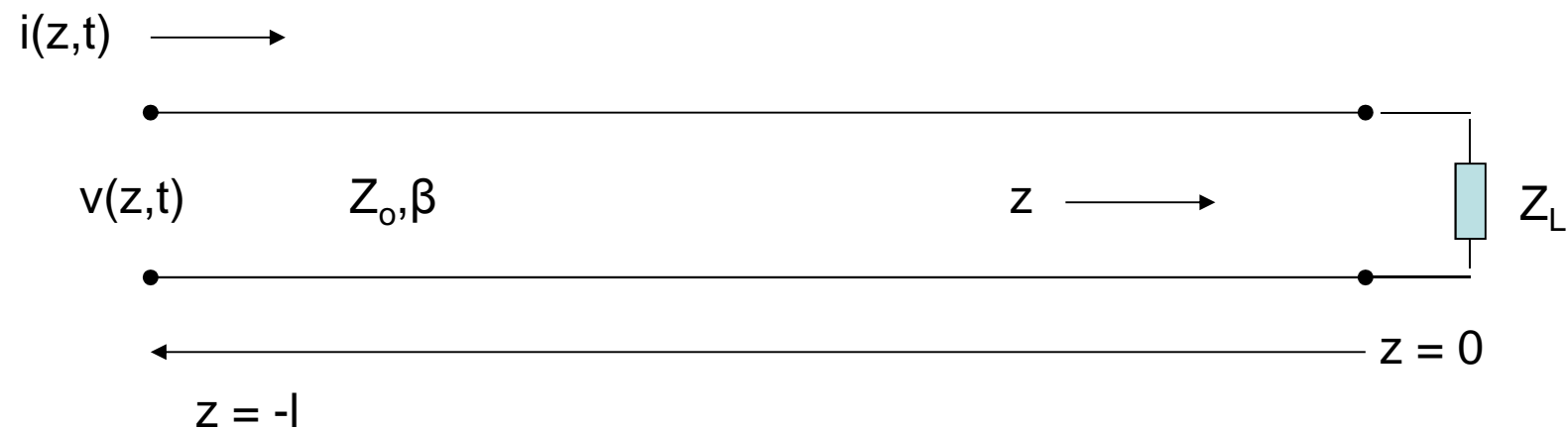
$$V(z) = V_o^+ [e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}] = 2V_o^+ \cdot \cos(\beta z)$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}] = \frac{2j \cdot V_o^+}{Z_0} \cdot \text{sen}(\beta z)$$

$$Z_{in} = -j \cdot Z_o \cot(\beta l)$$



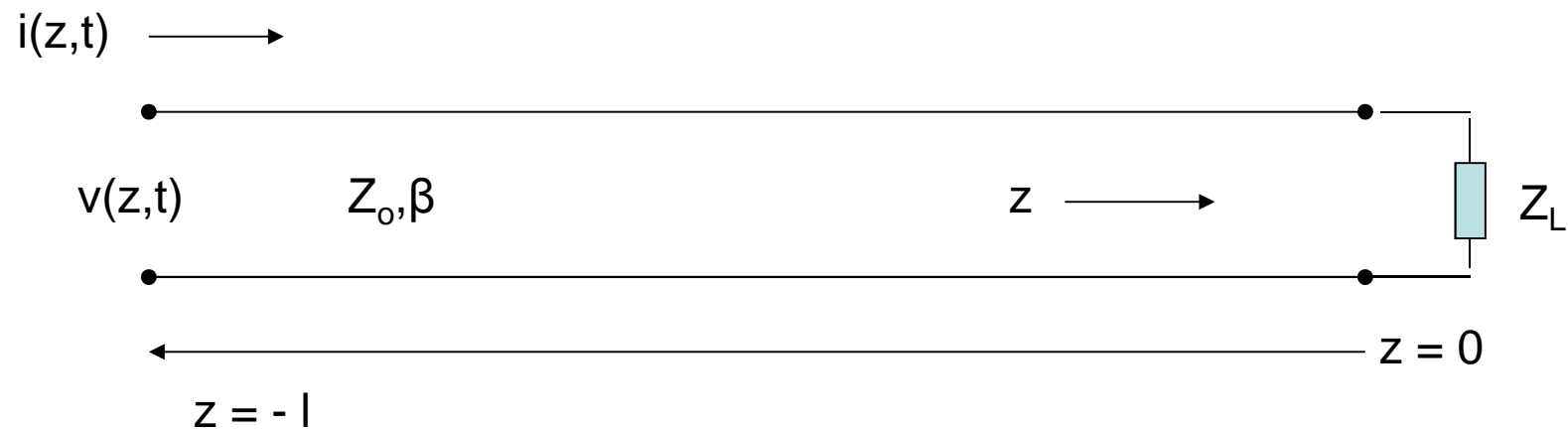
## Línea $\lambda/2$



$$Z_{in} = Z_L$$



## Línea $\lambda/4$

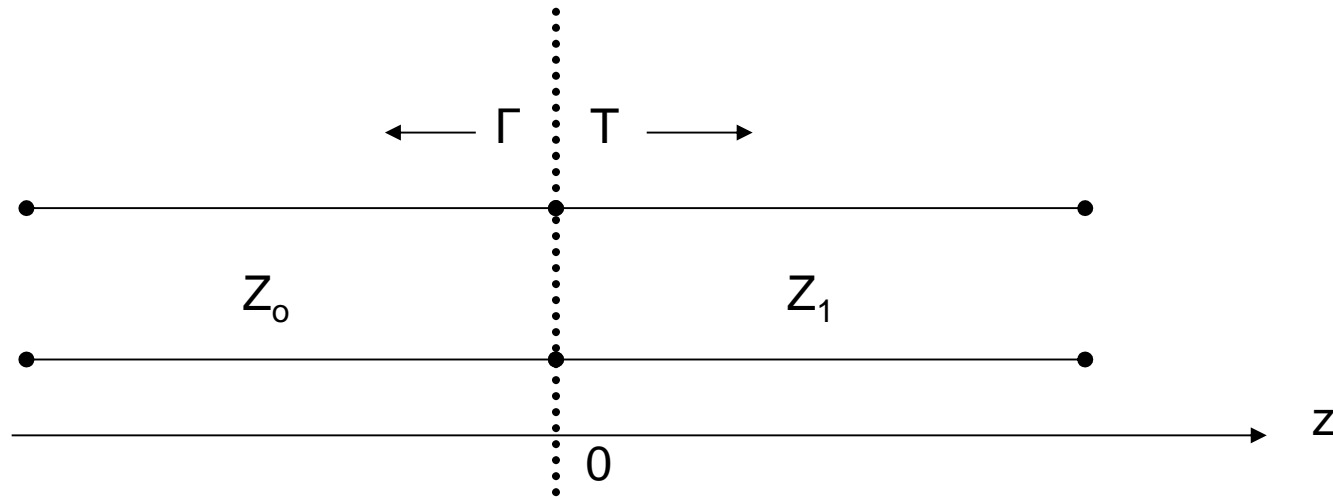


$$Z_{in} = \frac{Z_o^2}{Z_L}$$





## Línea acoplada a otra línea



$$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$$

$$V(z) = V_o^+ \left[ e^{-j\beta z} + \Gamma \cdot e^{j\beta z} \right] \quad z < 0$$

$$V(z) = V_o^+ \cdot T \cdot e^{-j\beta z} \quad z > 0$$

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0}$$



# Propiedades del coeficiente de reflexión y de la onda estacionaria

- Como consecuencia de la reflexión en la carga, las amplitudes de voltaje y de corriente permanecen estacionarias a lo largo de cada abscisa de la línea.
- Los máximos ocurren cuando  $(\theta - 2\beta l) = 2n\pi$
- Los mínimos ocurren cuando  $(\theta - 2\beta l) = (2n-1)\pi$
- Máximos de voltaje coinciden con mínimos de corriente y viceversa.
- En una línea sin pérdidas el módulo del coeficiente de reflexión permanece constante.  $\Gamma(l) = \Gamma(0)e^{-2j\beta l}$  Este lugar geométrico es una circunferencia en el plano complejo de  $\Gamma(l)$
- Existe una transformación bilineal entre impedancias y coeficientes:

$$Z(l) = \frac{1 + \Gamma(0)e^{-2j\beta l}}{1 - \Gamma(0)e^{-2j\beta l}} \cdot Z_o = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} \cdot Z_o \Rightarrow \Gamma(l) = \frac{Z(l) - Z_o}{Z(l) + Z_o}$$

- A cada coeficiente de reflexión le corresponde uno, y sólo uno, valor de impedancia.



# Carta de Smith

$$\bar{Z}_L = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

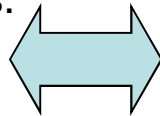
Correspondencia  
biunívoca

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1}$$

Plano complejo de impedancias.

Representación cartesiana.

Plano semiinfinito.



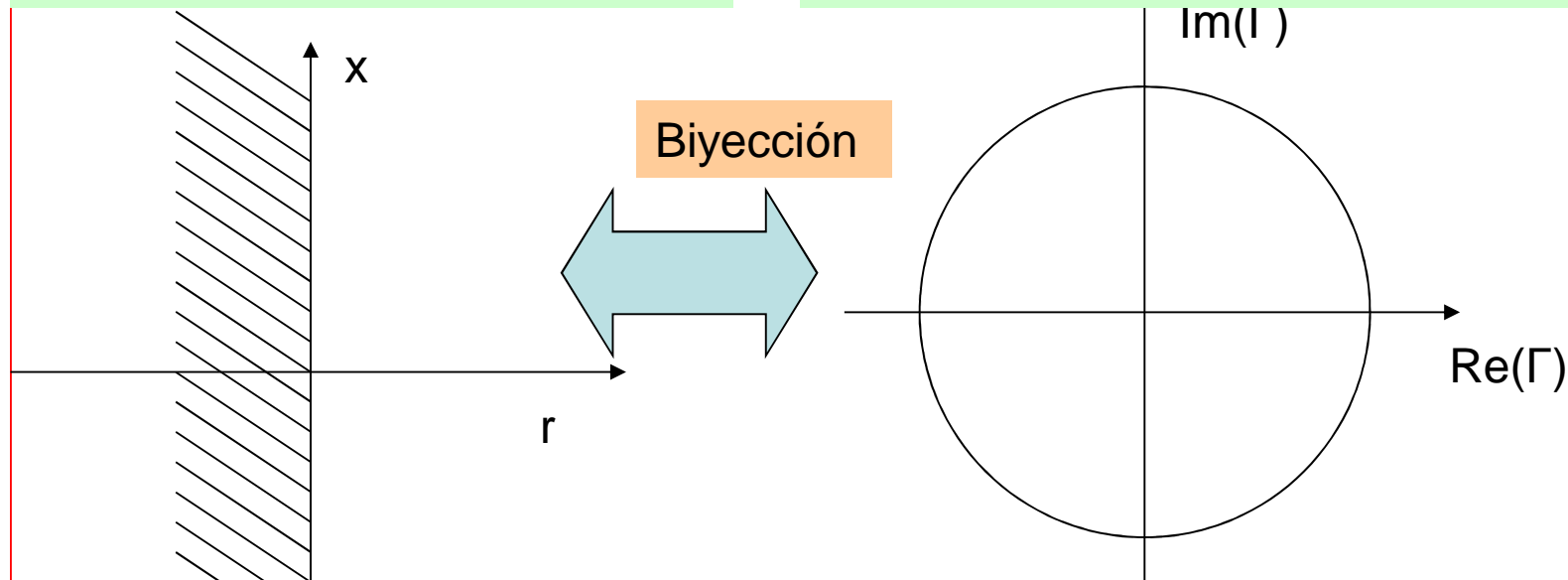
Plano complejo de coeficientes  $\Gamma_L$ .

Representación polar.

Plano limitado por la circunferencia  $|\Gamma_L|=1$ .

2 familias de rectas perpendiculares

2 familias de circunferencias perpendiculares



## Carta de Smith

$$Z(l) = \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} Z_o \xrightarrow{\text{Normalización}} \overline{Z}(l) = \frac{Z(l)}{Z_o} = r + jx$$

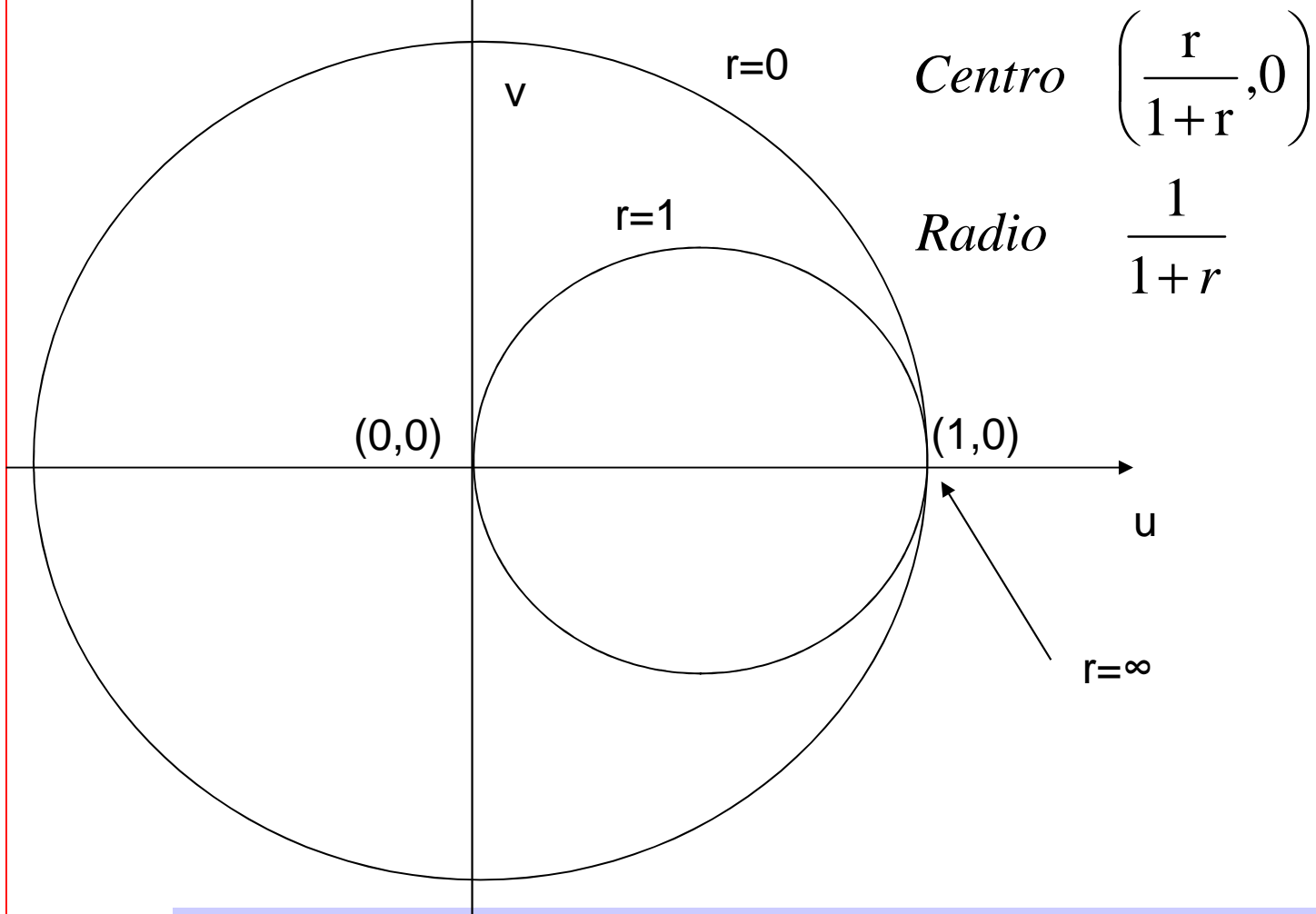
$$\left. \begin{aligned} w = u + jv &= \Gamma_L e^{-2j\beta l} \\ \Gamma_L &= \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = \frac{\overline{Z}_L - 1}{\overline{Z}_L + 1} \end{aligned} \right\} r + jx = \frac{1 + (u + jv)}{1 - (u + jv)}$$

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{1 - (u^2 + v^2)}{(1 - u)^2 + v^2} \\ x &= \frac{2v}{(1 - u)^2 + v^2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{aligned} &\left( u - \frac{r}{1 + r} \right)^2 + v^2 = \frac{1}{(1 + r)^2} \\ &(u - 1)^2 + \left( v - \frac{1}{x} \right)^2 = \frac{1}{x^2} \end{aligned} \right.$$



$$\left(u - \frac{r}{1+r}\right)^2 + v^2 = \frac{1}{(1+r)^2}$$

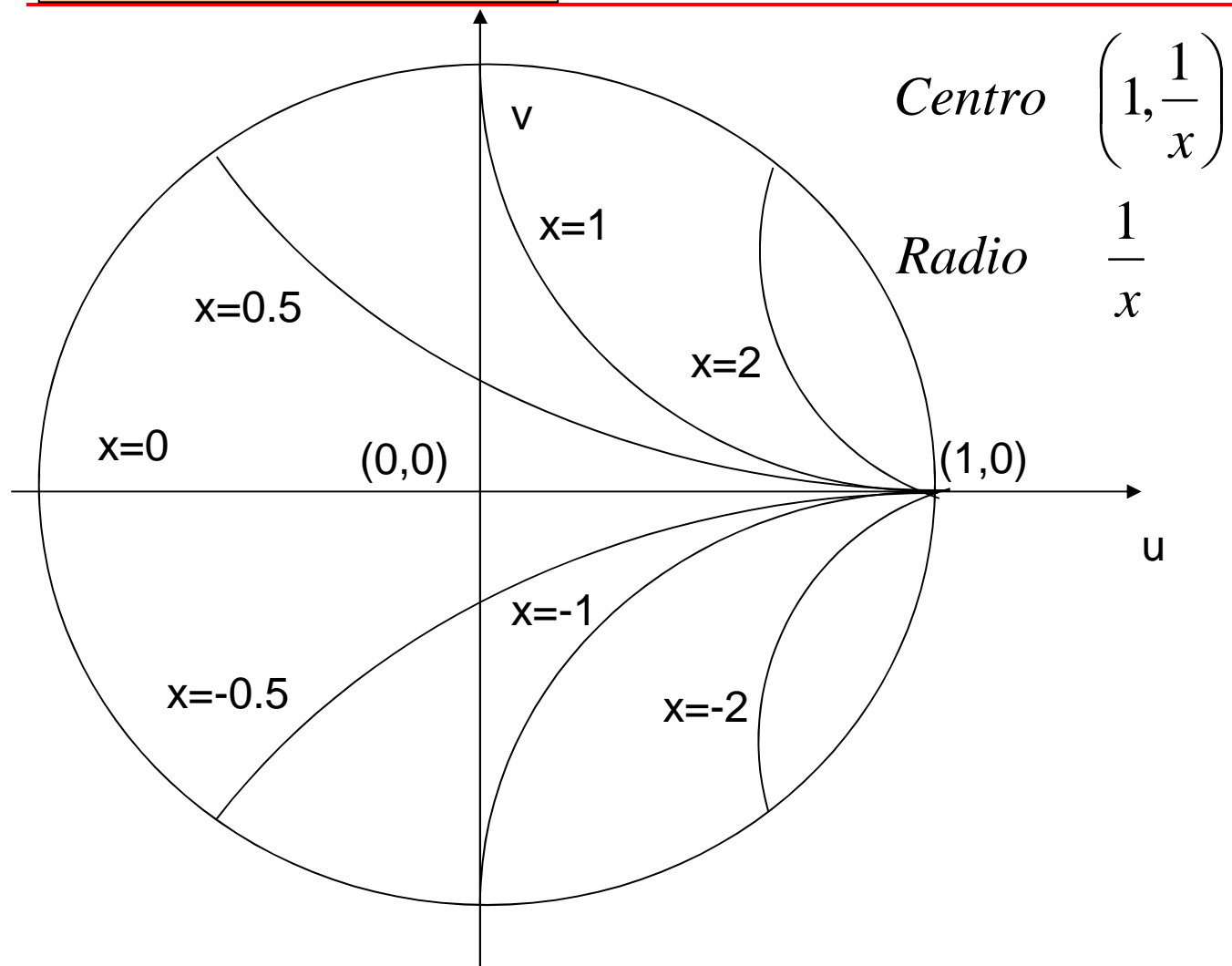
Familia de circunferencias  
con  $r$  como parámetro

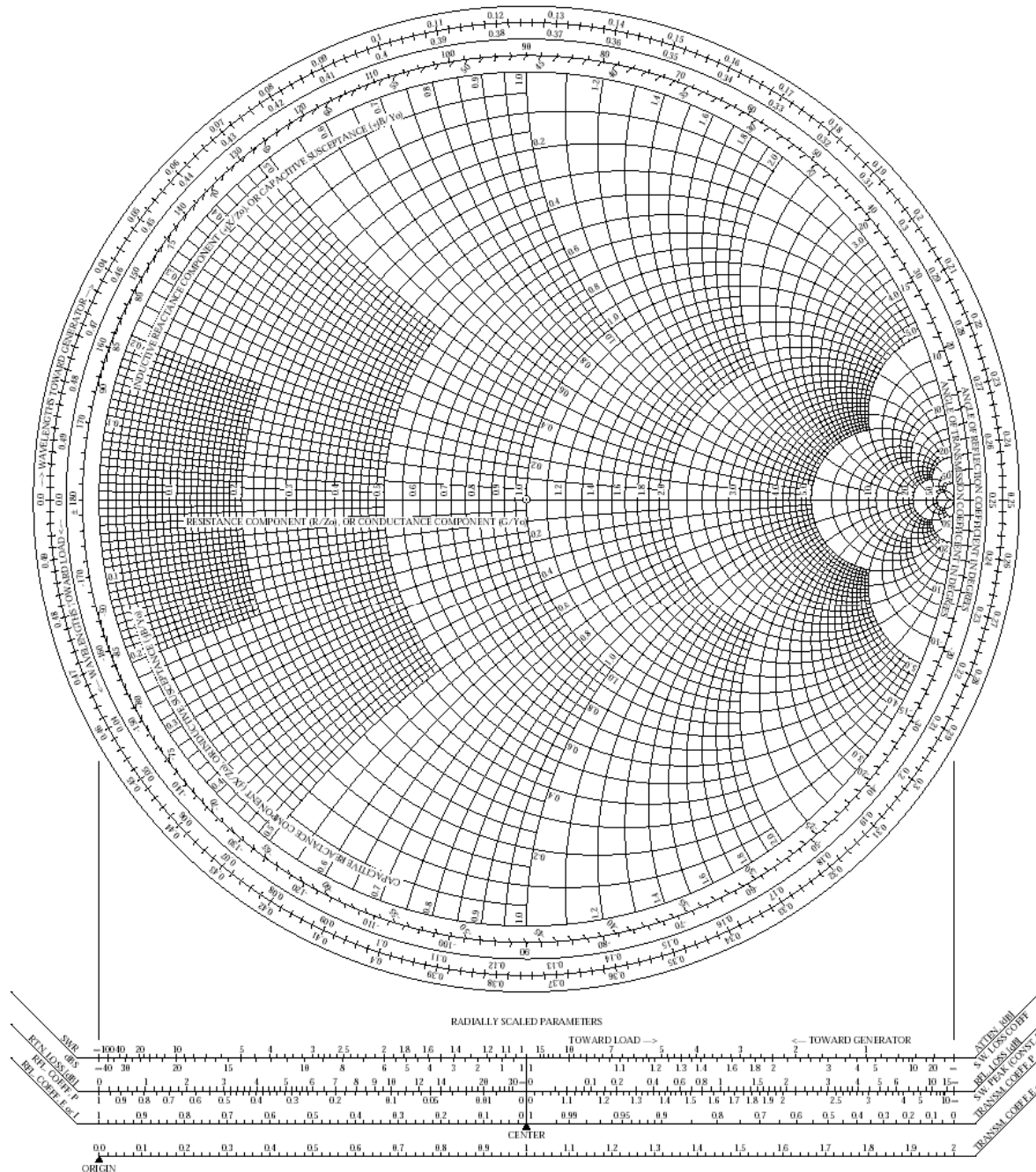


$$(u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$$



Familia de circunferencias  
con  $x$  como parámetro





¿Significado del sentido del movimiento en la carta?

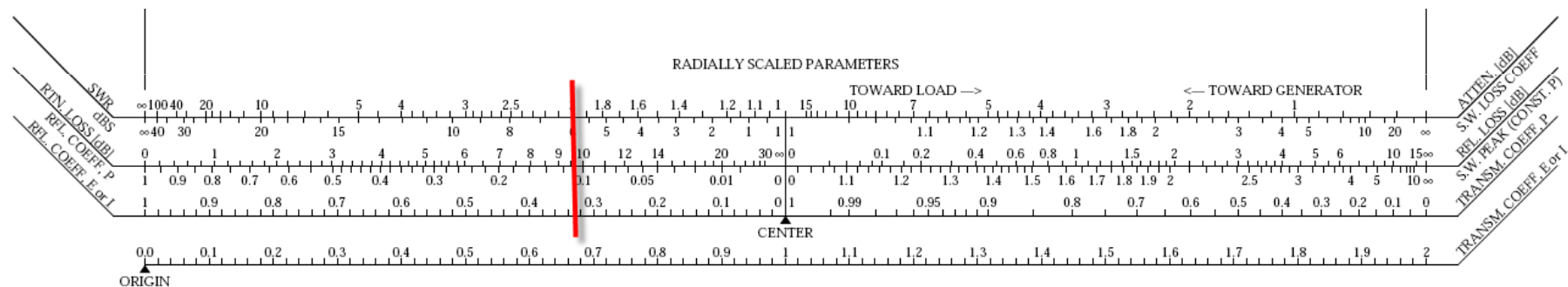
Sentido horario:  
hacia generador

Sentido antihorario:  
hacia la carga



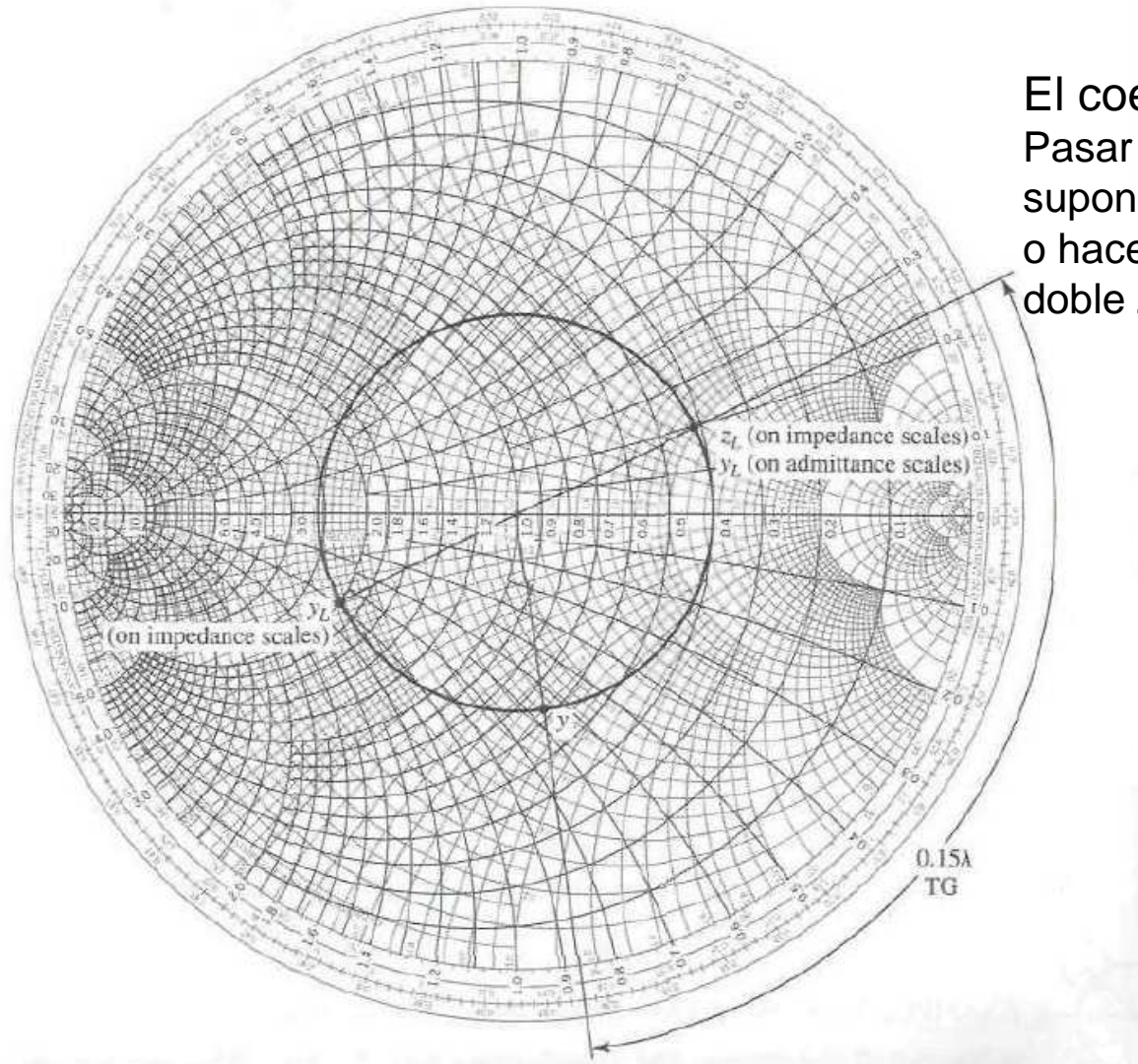
# CALCULADOR EN LA CARTA DE SMITH

Para una ROE de 2, llevando una línea vertical podemos ver que el coeficiente de reflexión en voltaje es 0.33, el coeficiente de Reflexión en potencia es 0.11 que, en dB vale 9.54 dB.





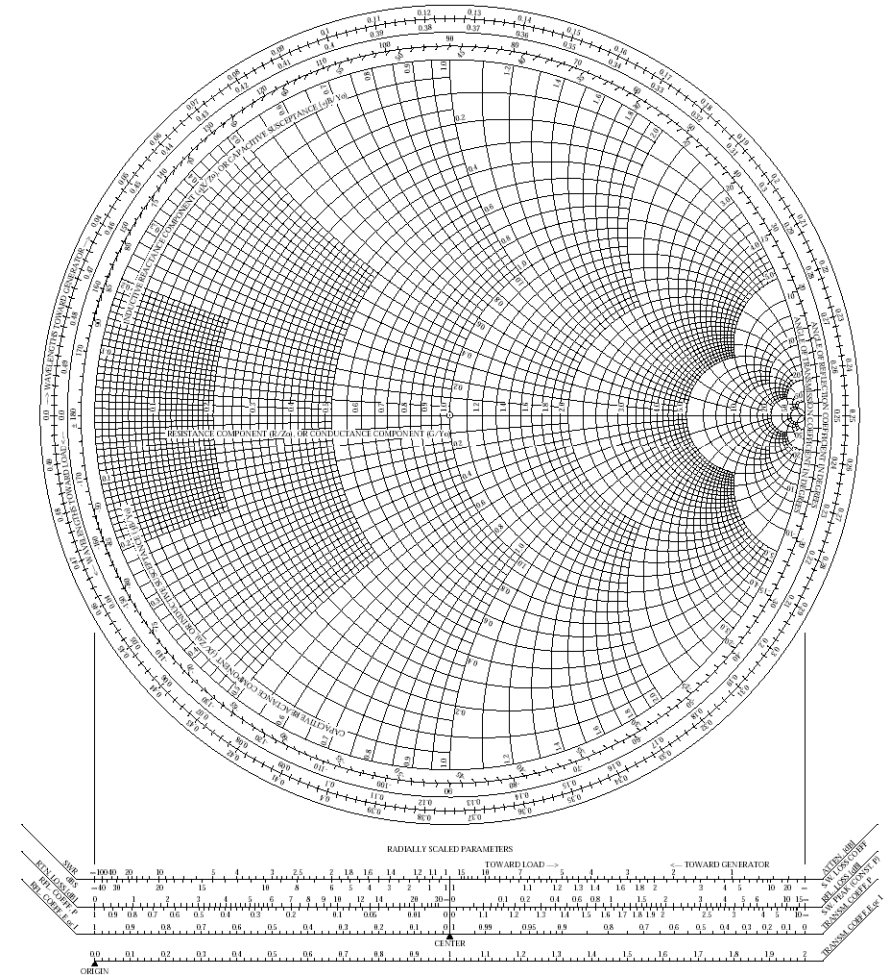
# Doble carta de Smith ZY



El coeficiente  $\Gamma_v = -\Gamma_l$   
Pasar de impedancias a admitancias supone girar  $180^\circ$  en la carta anterior, o hacer una doble lectura en la carta doble ZY.

# Adaptación de impedancias

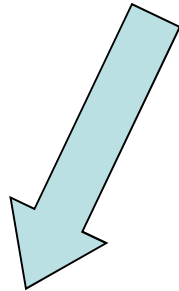
- Supone pasar de un punto de coeficiente de reflexión (impedancia) original a otro final.
- Normalmente, aunque no siempre, el punto final es el origen: coeficiente de reflexión 0 ó impedancia normalizada 1.
- Para realizar ese movimiento sólo nos podemos mover por circunferencias de un parámetro constante:
  - Movimiento a lo largo de la línea sin pérdidas: circunferencia de módulo de coeficiente de reflexión constante.
  - Inclusión de una celda de adaptación sin pérdidas: movimiento por una circunferencia de  $r$  ó  $g$  constante.
  - Inclusión de una celda de adaptación sólo con pérdidas: movimiento por una circunferencia de reactancia constante (no es lo habitual).



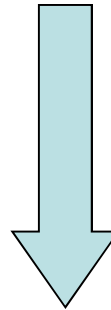
# Adaptación de impedancias

---

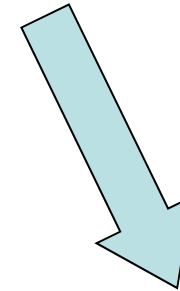
Ejercicios de la carta de Smith



Adaptadores simples



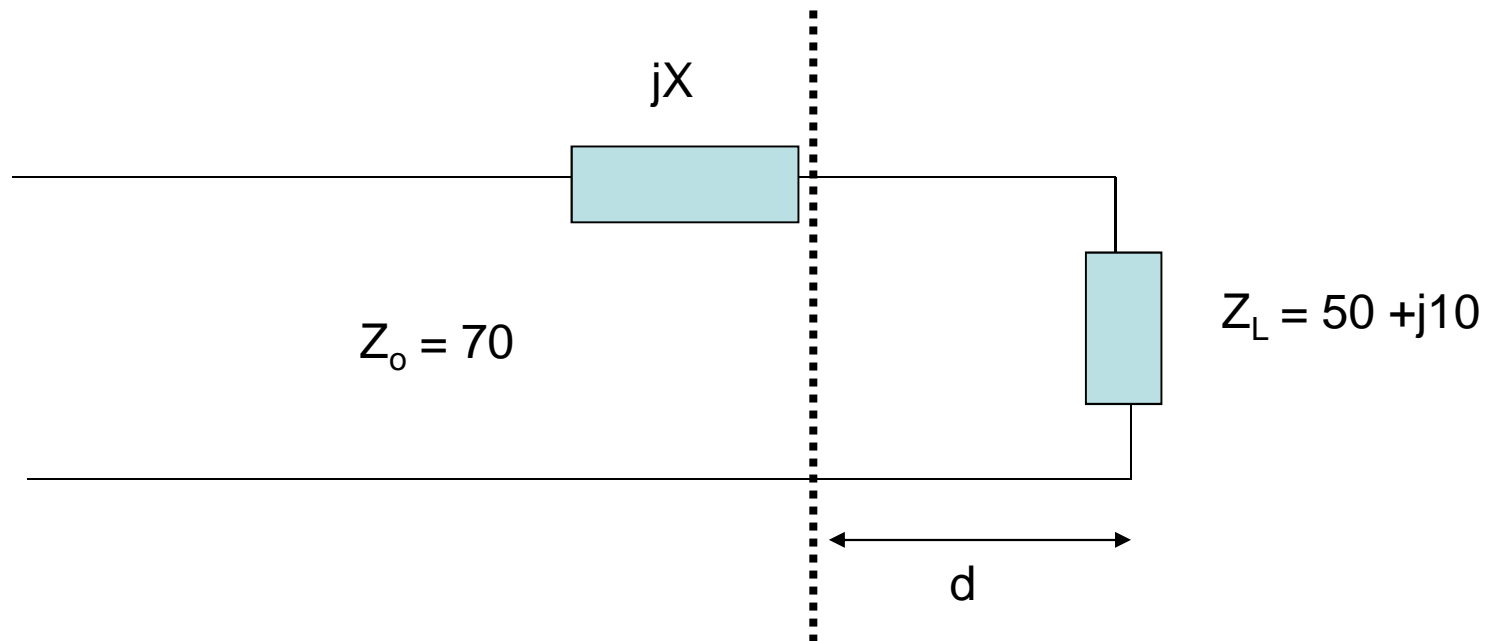
Stub simple



Doble stub

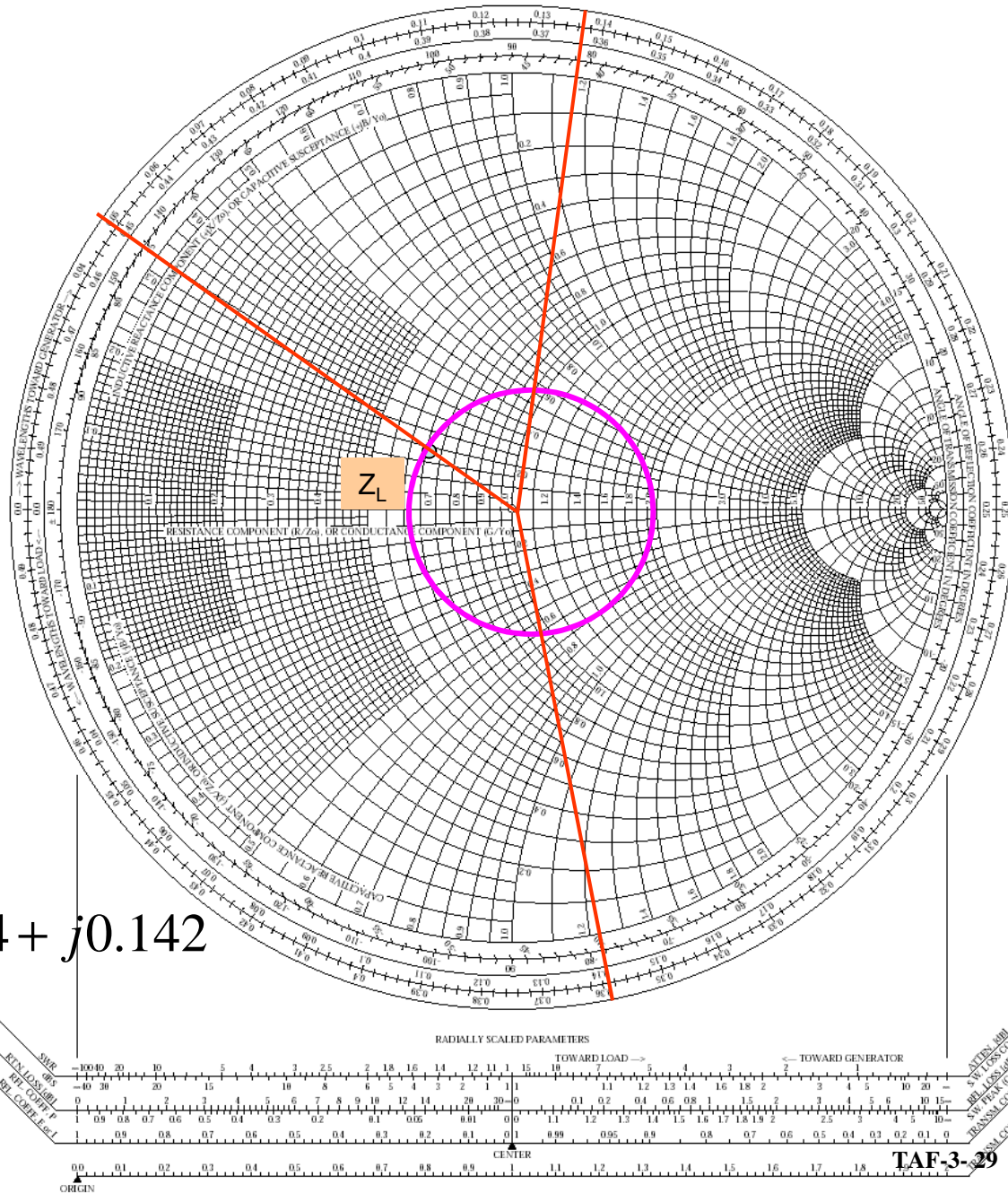


# Adaptadores simples



Encontrar la posición y el valor de la reactancia para conseguir adaptación en la línea...





$$\overline{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_o} = 0.714 + j0.142$$

Grupo c





---

$$\overline{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_o} = 0.714 + j0.142$$

#### Solución A:

$$\text{Azimut} = 0.141 \lambda$$

$$\text{Impedancia vista} = 1 + j0.38$$

$$d = (0.141 - 0.043)\lambda = 0.098 \lambda$$

#### Solución B:

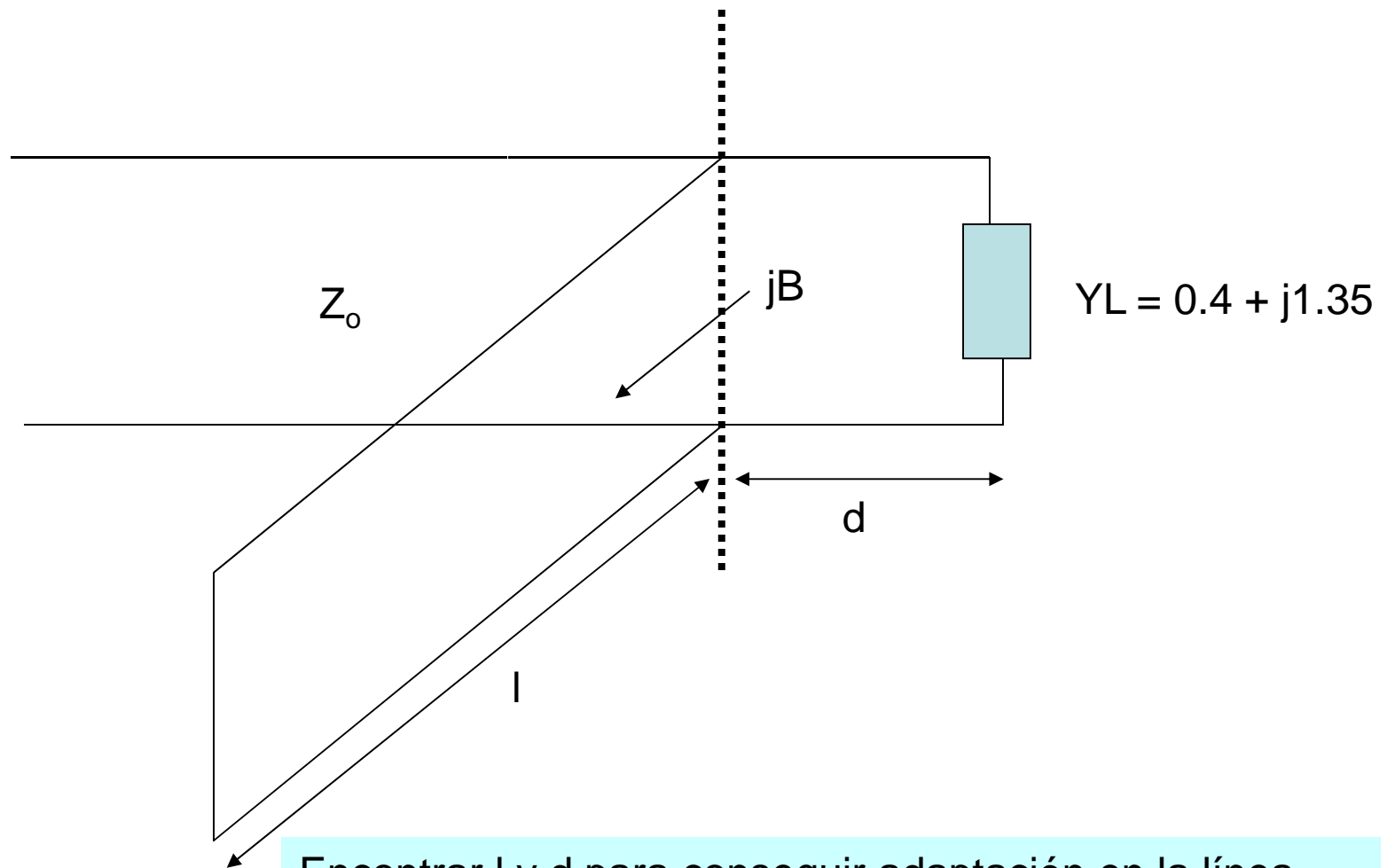
$$\text{Azimut} = 0.359 \lambda$$

$$\text{Impedancia vista} = 1 - j0.38$$

$$d = (0.359 - 0.043)\lambda = 0.316 \lambda$$



# Stub simple







Solución A:

$$\text{Azimut} = 0.193 \lambda$$

$$d = (0.193 - 0.153)\lambda = 0.04 \lambda$$

$$\text{Admitancia vista} = 1 + j2.3$$

$$\text{Azimut de } -j2.3 = 0.315 \lambda$$

$$l = (0.315 - 0.25) \lambda = 0.065 \lambda$$

Solución B:

$$\text{Azimut} = 0.307 \lambda$$

$$d = (0.307 - 0.153)\lambda = 0.154 \lambda$$

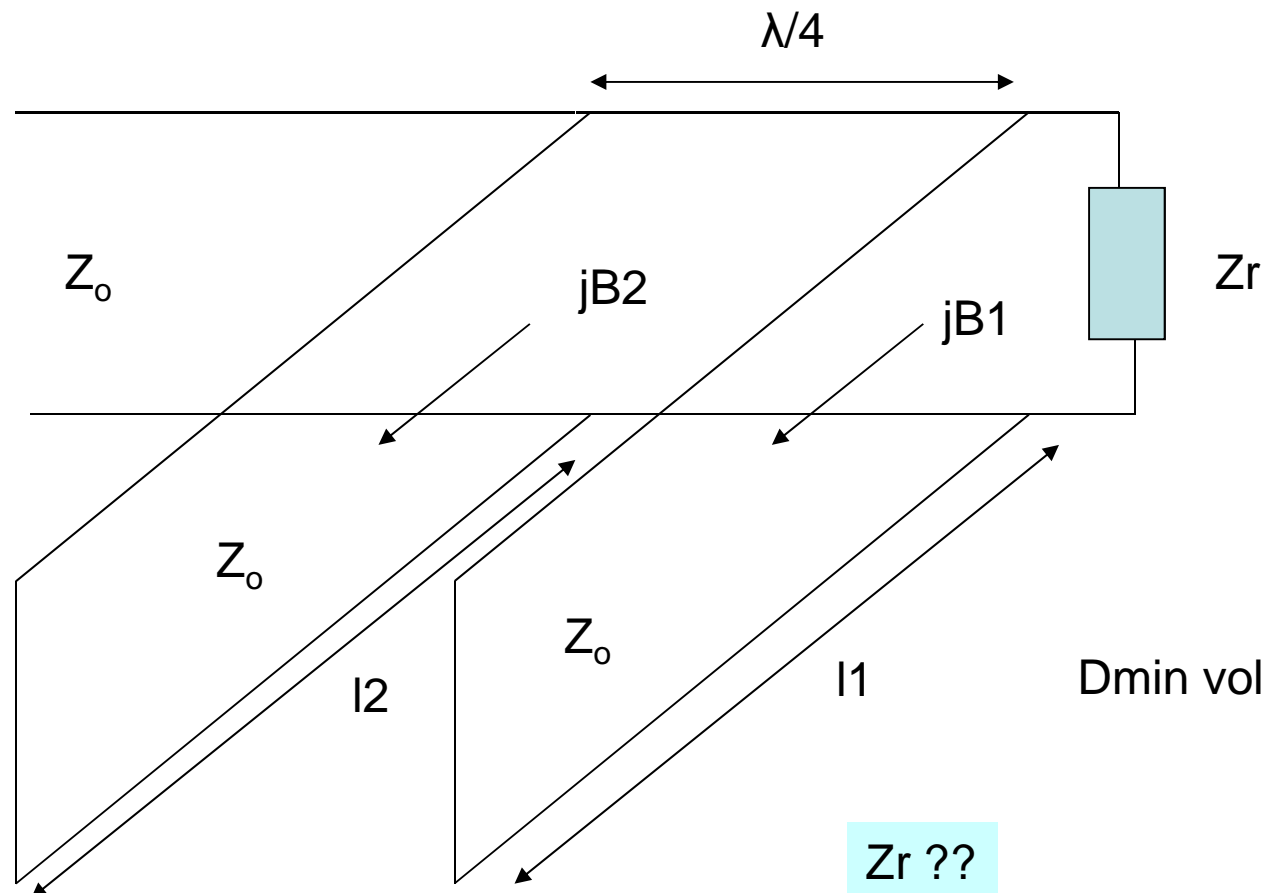
$$\text{Admitancia vista} = 1 - j2.3$$

$$\text{Azimut de } j2.3 = 0.185 \lambda$$

$$l = (0.25 + 0.185) \lambda = 0.435 \lambda$$



# Doble stub



$$Z_0 = 200 \, \Omega$$

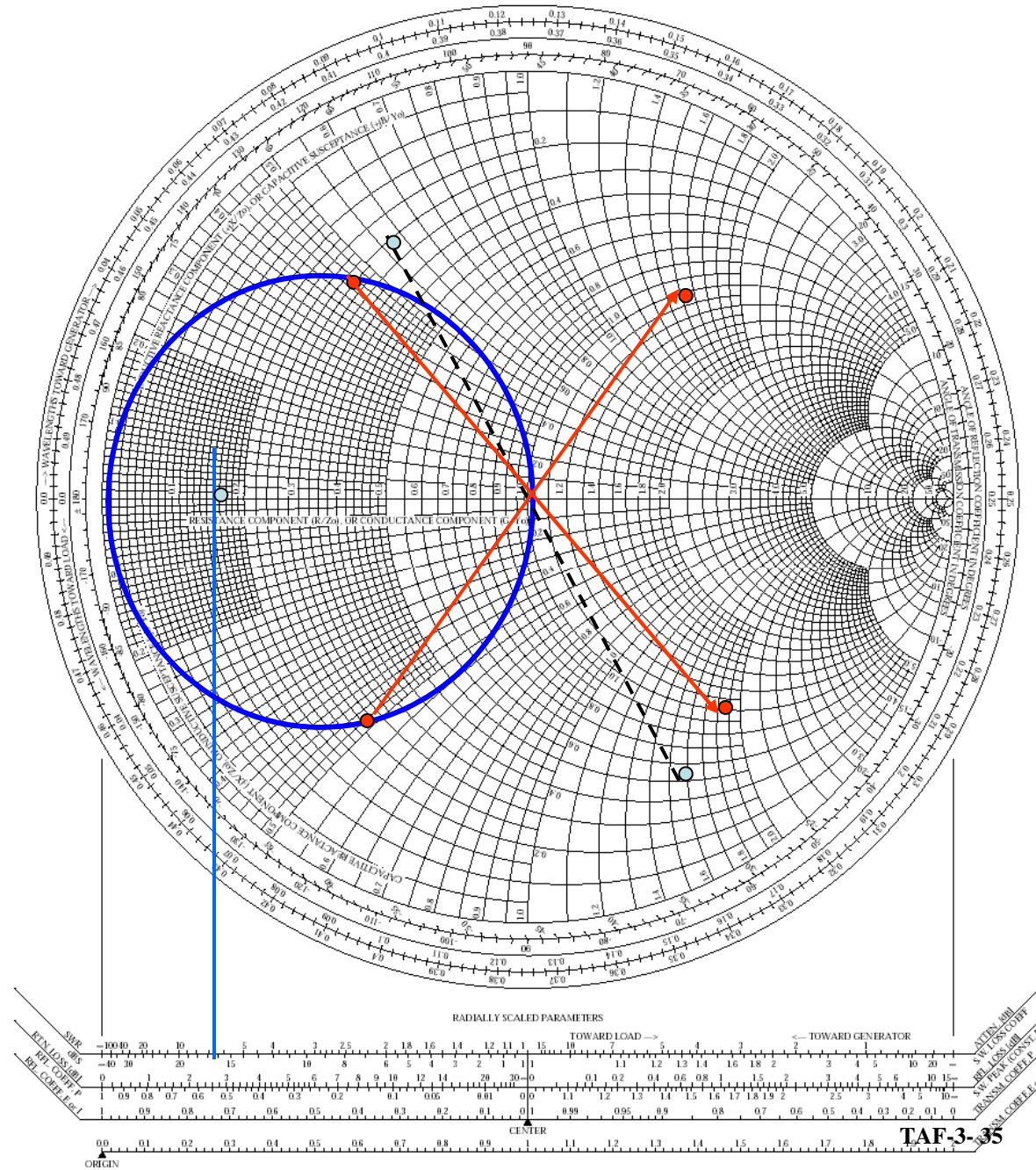
$$\text{SWR} = 6.5$$

$$D_{\text{min}} \text{ voltaje a la carga} = 0.168 \, \lambda$$

$Z_r$  ??

$l_1$  y  $l_2$  para adaptación de la línea ??





Desplazándose  $0.168 \lambda$  hacia la carga:

$$Z_r = Z_0(0.6 - j1.6) = 120 - j320 \Omega$$

$$Y_r = 0.21 + j0.55$$

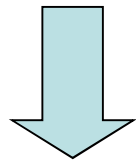
Solución A:

$$Y_r = 0.21 + j0.41$$

$$\text{Admitancia del stub} = j0.41 - j0.55 = -j0.14$$

$$\text{Azimut de } -j0.14 = 0.478 \lambda$$

$$l_1 = (0.478 - 0.25) \lambda = 0.228 \lambda$$



$$Y_{in} = 1 - j1.95$$

$$\text{Azimut de } j1.95 = 0.174 \lambda$$

$$l = (0.25 + 0.174) \lambda = 0.424 \lambda$$

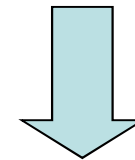
Solución B:

$$Y_r = 0.21 - j0.41$$

$$\text{Admitancia del stub} = -j0.41 - j0.55 = -j0.96$$

$$\text{Azimut de } -j0.96 = 0.379 \lambda$$

$$l_1 = (0.379 - 0.25) \lambda = 0.129 \lambda$$



$$Y_{in} = 1 + j1.95$$

$$\text{Azimut de } -j1.95 = 0.326 \lambda$$

$$l = (0.326 - 0.25) \lambda = 0.076 \lambda$$



## Criterio de Bode-Fano

La demostración del criterio es muy compleja:

H. W. Bode, *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, NY, 1945.

R. M. Fano, *Theoretical limitations on the broad band matching of arbitrary impedances*, Journal of the Franklin Institute, vol. 249, pp. 57-83, January 1950, and pp. 139-154 February 1950.

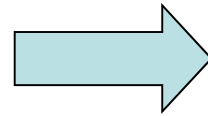
¿Se puede conseguir una adaptación perfecta para un ancho de banda especificado?

Si no se puede, ¿cuál es la relación entre el máximo coeficiente de reflexión que nos podemos permitir en la línea y el ancho de banda?

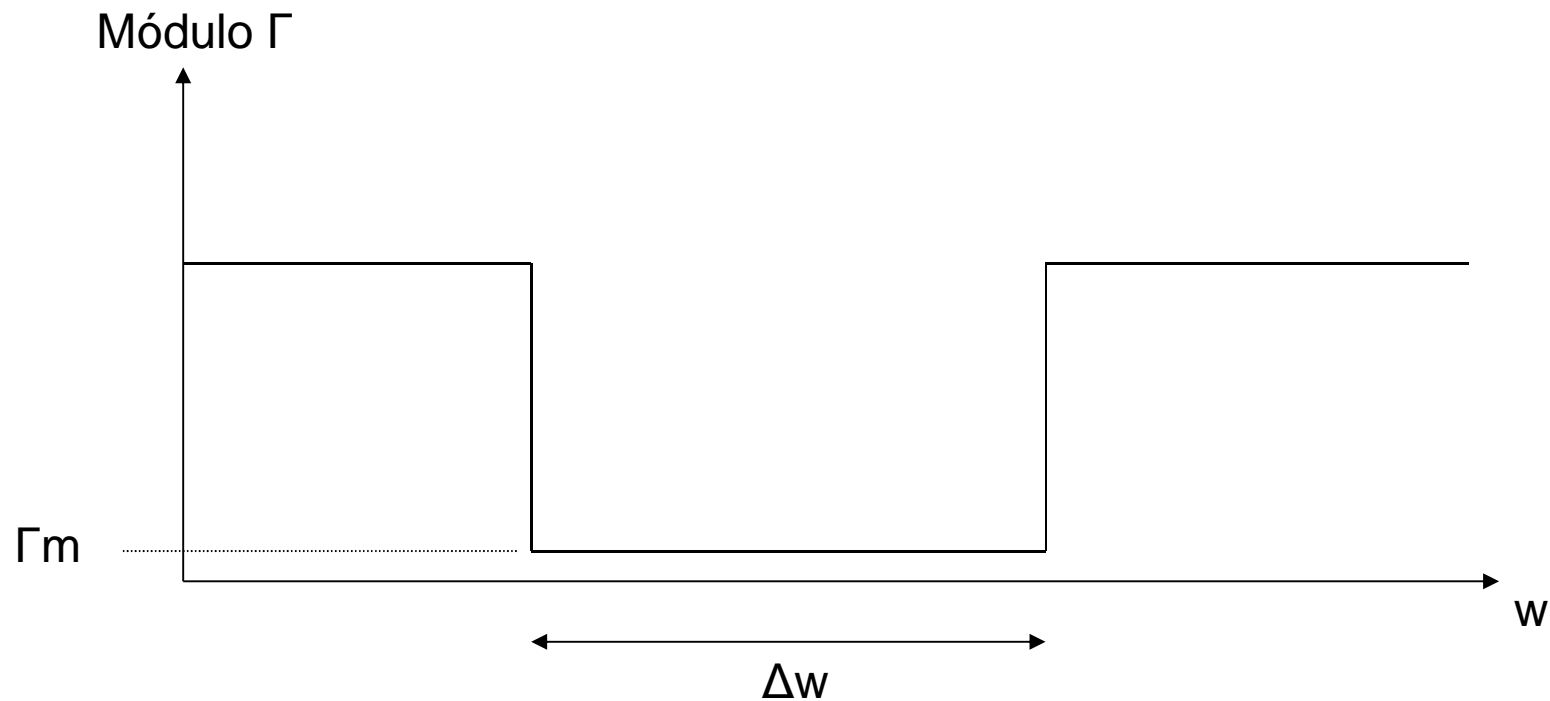
¿Se puede evaluar la complejidad de la red de adaptación?



$$\int_0^{\infty} \ln \frac{1}{|\Gamma(w)|} dw \leq \frac{\pi}{RC}$$



$$\Delta w \ln \frac{1}{\Gamma_m} \leq \frac{\pi}{RC}$$



## Principales conclusiones del criterio de Bode-Fano

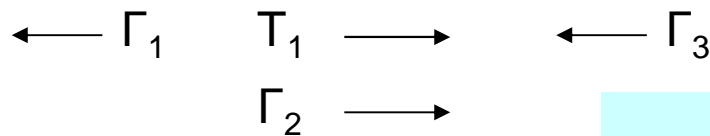
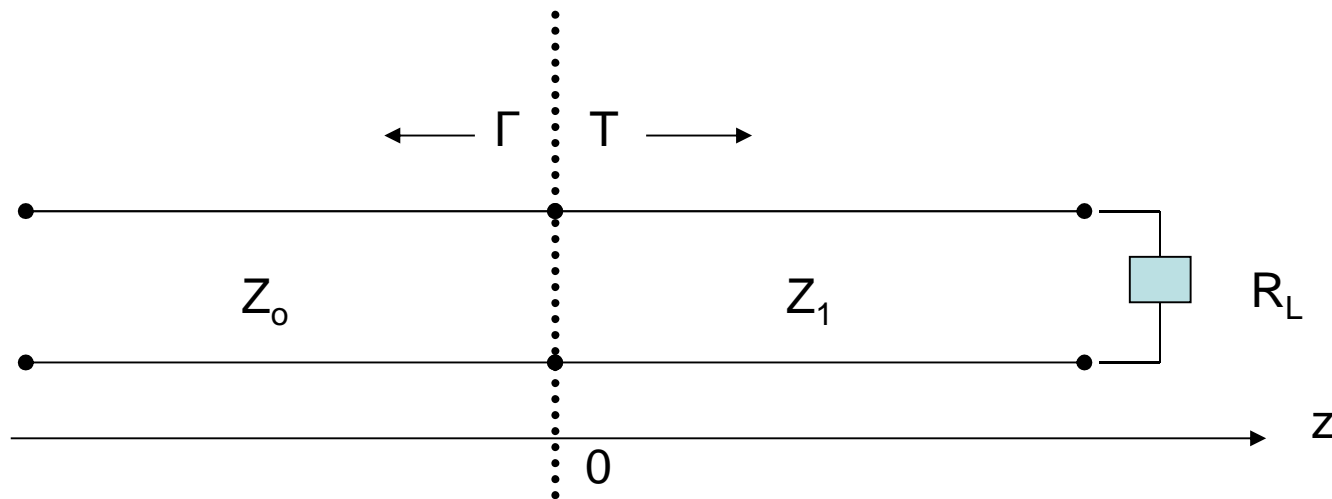
Para una carga dada, se puede conseguir un ancho de banda elevado a expensas de aumentar el coeficiente de reflexión....

El coeficiente de reflexión sólo puede ser cero a frecuencias discretas....

Circuitos con  $Q$  mayor son más difíciles de adaptar que los de  $Q$  menor:  
( $Q$  alta equivale a valores de  $R$  y/o  $C$  altos)



# Teoría de reflexiones múltiples



$$\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$$

$$\Gamma_2 = \frac{Z_0 - Z_1}{Z_0 + Z_1} = -\Gamma_1$$

$$\Gamma_3 = \frac{R_L - Z_1}{R_L + Z_1}$$

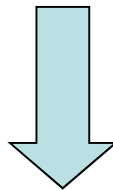
$$T_1 = 1 + \Gamma_1 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0}$$

$$T_2 = \frac{2Z_0}{Z_1 + Z_0}$$





$$\begin{aligned}\Gamma &= \Gamma_1 - T_1 T_2 \Gamma_3 + T_1 T_2 \Gamma_2 \Gamma_3^2 - T_1 T_2 \Gamma_2^2 \Gamma_3^3 + \dots = \\ &= \Gamma_1 - T_1 T_2 \Gamma_3 \sum_{n=0}^{\infty} (-\Gamma_2 \Gamma_3)^n\end{aligned}$$



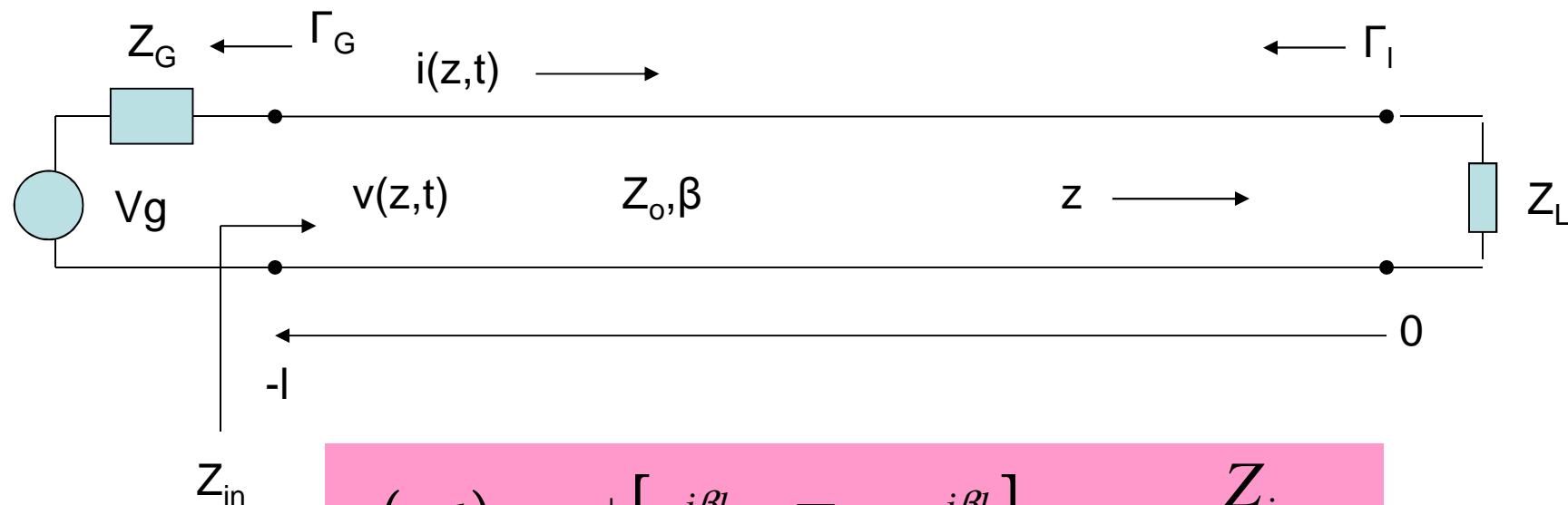
Serie geométrica

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_1 \Gamma_2 \Gamma_3 - T_1 T_2 \Gamma_3}{1 + \Gamma_2 \Gamma_3} = \frac{2(Z_1^2 - Z_o R_L)}{(Z_1 + Z_o)(R_L + Z_1)}$$

Recordar adaptador de  $\lambda/4$ ...



## Desadaptación de la carga y del generador



$$V(-l) = V_o^+ \left[ e^{j\beta l} + \Gamma_l \cdot e^{-j\beta l} \right] = V_g \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_g}$$

$$V_o^+ = V_g \frac{Z_o}{Z_{in} + Z_g} \frac{e^{-j\beta \cdot l}}{1 - \Gamma_l \cdot \Gamma_g e^{-2j\beta \cdot l}}$$

$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_o}{Z_g + Z_o}$$



$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{V_{in} I_{in}^*\} = \frac{1}{2} |V_g|^2 \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Z_{in}}\right\} =$$

$$\frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{R_{in}}{(R_{in} + R_g)^2 + (X_{in} + X_g)^2}$$

Potencia entregada  
a la carga

Carga adaptada a la línea

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{Z_o}{(Z_o + R_g)^2 + (X_g)^2}$$

Generador adaptado a la línea cargada

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{R_g}{4(R_g + X_g)^2}$$

Adaptación compleja

$$P = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{1}{4R_g}$$

$$Z_{in} = Z_g^*$$



## Línea de transmisión con pérdidas

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)}$$

$$\begin{matrix} R \ll \omega L \\ G \ll \omega C \end{matrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cong \frac{1}{2} \left( \frac{R}{Z_o} + GZ_o \right) \\ \beta \cong \omega \sqrt{LC} \end{array} \right. \quad Z_o \cong \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Línea de Heaviside

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha = R \sqrt{\frac{C}{L}} \\ \beta = \omega \sqrt{LC} \end{array} \right.$$



$$V(z) = V_o^+ \left[ e^{-\gamma z} + \Gamma \cdot e^{\gamma z} \right] \quad I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} \left[ e^{-\gamma z} - \Gamma \cdot e^{\gamma z} \right]$$

$$Z_{in} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = Z_o \frac{Z_L + Z_o \tanh(\gamma l)}{Z_o + Z_L \tanh(\gamma l)}$$

Con  $P_L$  potencia en la carga

$$P_{in} = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o} \left[ 1 - |\Gamma(l)|^2 \right] e^{2\alpha l}$$

$$P_L = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o} \left[ 1 - |\Gamma|^2 \right]$$

$$P_{loss} = P_{in} - P_L = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o} \left[ \left( e^{2\alpha l} - 1 \right) + |\Gamma|^2 \left( 1 - e^{2\alpha l} \right) \right]$$



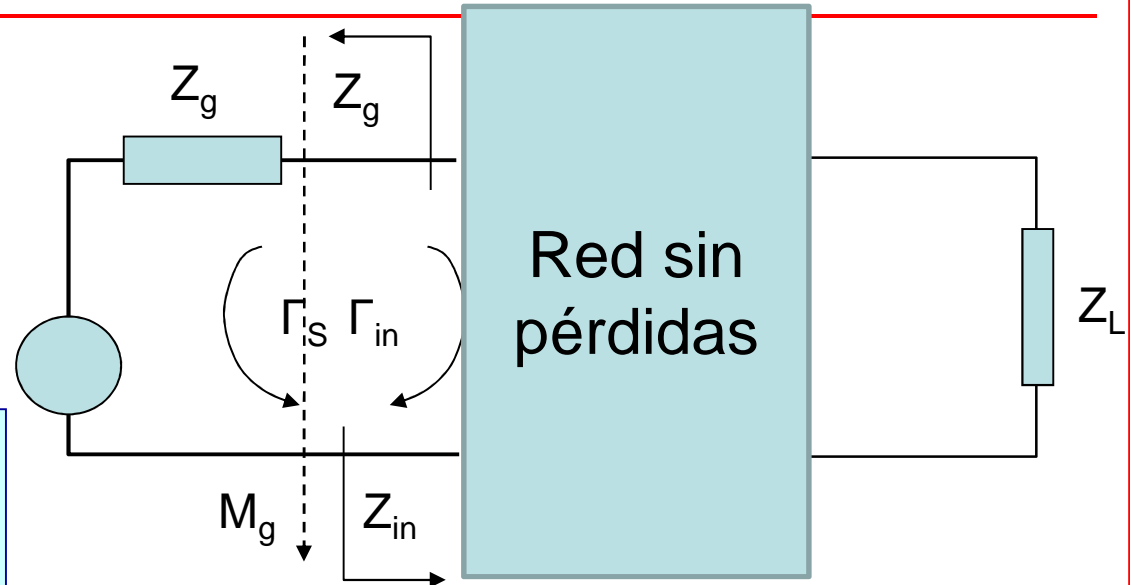
# CONCEPTO DE COEFICIENTE DE DESADAPTACIÓN

- Potencia disponible de un generador

$$P_{dg} = \frac{1}{8} \cdot \frac{|V_g|^2}{R_g}$$

- Potencia de entrada a la red sin pérdidas

$$P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_g|^2}{R_g} \left[ \frac{4 \cdot R_g \cdot R_{in}}{|Z_g + Z_{in}|^2} \right] = P_{dg} \cdot M_g$$



- Adaptación conjugada para máxima transferencia de potencia  $Z_{in} = Z_g^*$
- Coeficiente de reflexión conjugado:

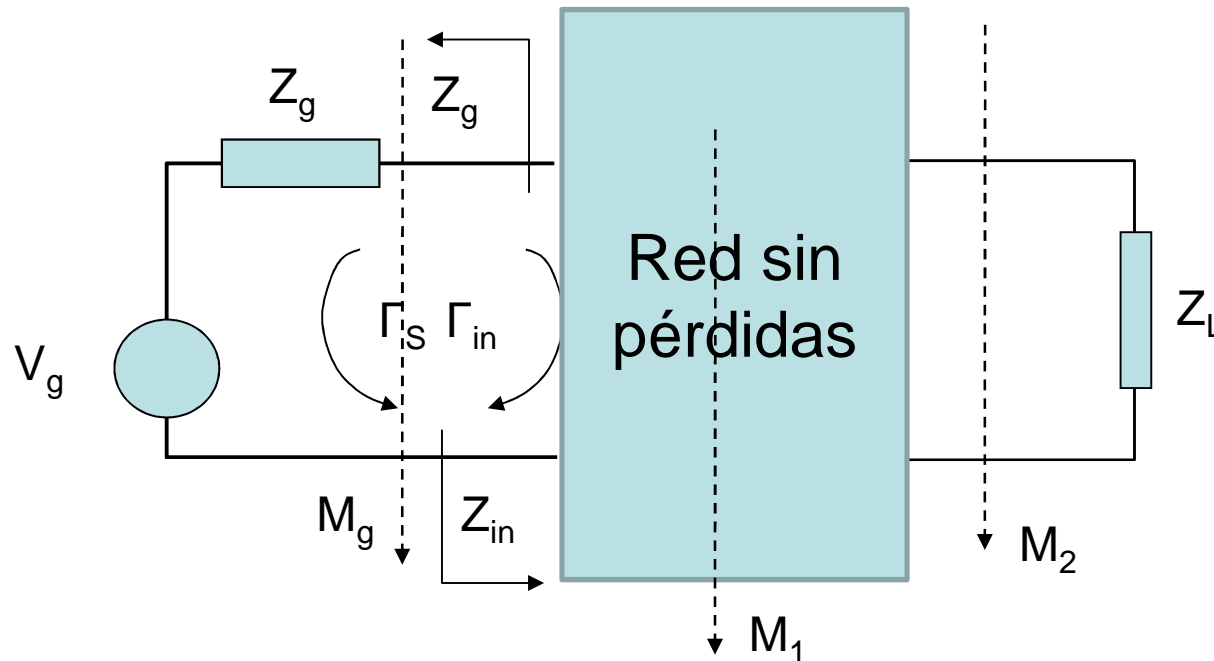
$$\rho_{in} = \frac{Z_{in} - Z_g^*}{Z_{in} + Z_g}$$

- Relación entre coeficiente de reflexión conjugado y coeficiente de desadaptación:

$$M_g = 1 - \rho_{in}^2$$



# CONCEPTO DE COEFICIENTE DE DESADAPTACIÓN (II)



- Teorema: el coeficiente de desadaptación a través de una red de adaptación sin pérdidas permanece constante a lo largo de toda la estructura.

$$M_g = M_1 = M_2$$



# Conclusiones (I)

---

- Se ha presentado la línea de transmisión finalizada que origina una onda estacionaria.
- Dicha onda estacionaria viene caracterizada por el coeficiente de reflexión en cada punto de la línea.
  - En una línea sin pérdidas es constante el módulo. Esto supone una circunferencia.
  - En una línea con pérdidas hay un decrecimiento del módulo con la variación de fase. Esto supone una espiral.
  - Al haber una aplicación biyectiva entre cada coeficiente de reflexión y cada impedancia, a cada coeficiente de reflexión le corresponde una y sólo una impedancia.





# Conclusiones (II)

---

- La carta de Smith constituye la herramienta básica para el análisis de cualquier circuito de microondas.
- Consiste en una representación en el PLANO POLAR de los coeficientes de reflexión.
- Por la aplicación biyectiva entre coeficientes de reflexión e impedancias a cada coeficiente de reflexión en el plano polar le corresponde un valor de impedancia o admitancia.



# Conclusiones (III)

- Funcionalidades de la carta de Smith:
  - Lectura directa del coeficiente de reflexión en módulo y fase (mediante la superposición de curvas de resistencia – conductancia- y reactancia –susceptancia-, también se lee el valor de la impedancia).
  - Obtención del valor del coeficiente de reflexión en cualquier punto de una línea sin más que hacer una rotación a través de una circunferencia de coeficiente de reflexión constante (centro el origen y radio R).
  - Representación de admitancias/impedancias sin más que hacer un giro de  $180^\circ$  (en la carta de Smith convencional).
  - Adaptación de impedancias mediante movimientos en, principalmente, dos familias de circunferencias: coeficientes de reflexión constantes y resistencias (conductancias) constantes.



# Referencias

---

1. David M.Pozar: "Microwave Engeneering" Second Edition 1998, John Wiley&Sons. (capítulo 5)
2. Robert E. Collin: "Foundations for microwave engineering" New York McGraw-Hill, 1992. (capítulo 5)
3. Bahl y Bhartia: "Microwave Solid State Circuit Design", Wiley Interscience, 1988, segunda edición. (capítulo 4).

